Auswertung und Lösung

Analysis I (401-0211-00L)

Abgaben: 125/210

Maximal erreichte Punktzahl: 25

Minimal erreichte Punktzahl: 4

Durchschnitt: 16

Frage 1 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Wurzel aus 36 ...

0.0% ○ gibt es nicht.

Doch, die gibt es.

64.0% ○ ist gleich ± 6.

Falsch. Eine Wurzel kann nicht negativ sein.

35.2% ⊗ ist gleich 6.

0.0% ○ ist gleich -6.

Falsch. Eine Wurzel kann nicht negativ sein.

0.8% ○ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Die Quadratwurzel aus a ist die nichtnegative reelle Zahl x mit $x^2 = a$.

Frage 2 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welche der folgenden Rechenregeln stimmt für alle reellen Zahlen a und b?

3.2% ○ $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Nein, finden Sie ein einfaches Gegenbeispiel.

1.6% ○ $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Nein, finden Sie ein einfaches Gegenbeispiel.

2.4% ○ $(a+b)(c+d) = ac + bd$

Sie vergessen die Zwischenterme!

16.0% ○ $\ln(a+b) = \ln(a) + \ln(b)$

Nein. Jedoch gilt $\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$.

76.8% ⊗ Keine.

Frage 3 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Für welche reellen Zahlen x ist die Ungleichung $|x-2| \leq 3$ erfüllt?

0.0% ○ Die Ungleichung ist niemals erfüllt.

16.8% ○ $x \leq 5$

Überlegen Sie sich, dass die Lösungsmenge sowohl nach oben als auch nach unten begrenzt sein muss.

8.8% ○ $x \in [-3, 3]$

Offenbar ist -3 keine Lösung.

0.0% ○ $x \geq -1$

Überlegen Sie sich, dass die Lösungsmenge sowohl nach oben als auch nach unten begrenzt sein muss.

74.4% ⊗ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Es gilt:

$$|x-2| \leq 3 \Leftrightarrow (x-2 \leq 3 \ \wedge \ -(x-2) \leq 3) \Leftrightarrow (x \leq 5 \ \wedge \ -1 \leq x) \Leftrightarrow x \in [-1, 5].$$

Frage 4 (2.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Für welches gegebene n ist $\cos\frac{\pi}{n} > \sin\frac{\pi}{n}$?

8.8% ◯ $n = 2$

4.0% ◯ $n = 3$

4.8% ◯ $n = 4$

72.0% ⊗ $n = 5$

8.0% ◯ Für keines dieser n.

Es entspricht $\frac{\pi}{4}$ dem Winkel 45°. Machen Sie sich z.B. am Einheitskreis klar, dass sich dort die Sinus- und Cosinuskurve schneiden.

Frage 5 (1.6 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Sei $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; dann gilt für $\cos(\alpha)$:

8.0% ◯ Es kann über $\cos(\alpha)$ keine Aussage getroffen werden.

40.8% ◯ $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Dies ist *eine* Möglichkeit, aber nicht die einzige.

8.8% ◯ $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Dies ist *eine* Möglichkeit, aber nicht die einzige.

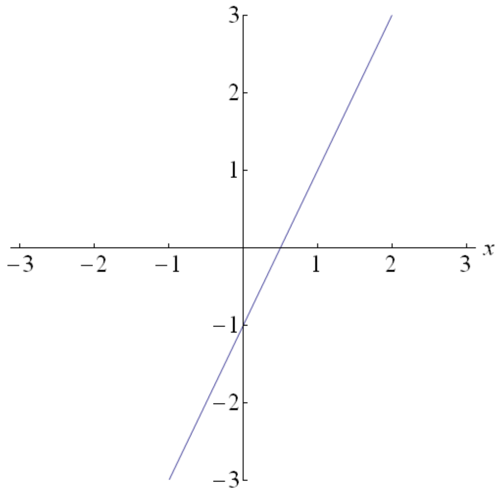
33.6% ⊗ $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ oder $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

7.2% ◯ $\cos(\alpha) = \frac{1}{2}$ oder $\cos(\alpha) = -\frac{1}{2}$

Hier kommt die Identität $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ zur Anwendung.

Frage 6 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Wie lautet die Gleichung der Geraden auf dem Bild?



5.6% ◯ $y = \frac{1}{2}x - 1$

0.0% ◯ $y = \frac{1}{2}x + 1$

94.4% ⊗ $y = 2x - 1$

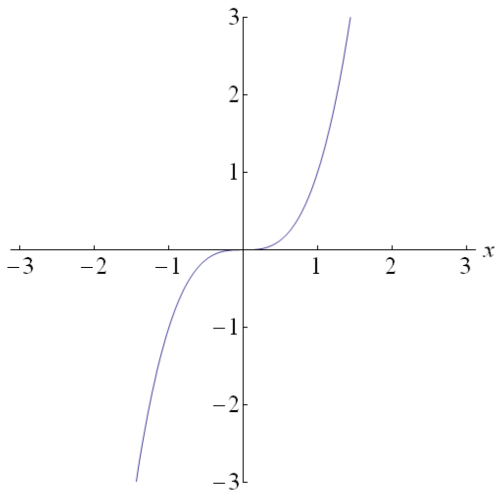
0.0% ◯ $y = 2x + 1$

0.0% ◯ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Der y-Achsenabschnitt b kann direkt abgelesen werden und ist $b = -1$. Die Steigung ist $m = \frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{2}{1} = 2$, folglich erhalten wir $y = 2x - 1$.

Frage 7 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Zeichnung zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x^3$.
Durch Verschieben um 2 Einheiten nach rechts erhalten wir den Graphen einer neuen Funktion g. Wie lautet die Funktionsgleichung von g?



75.2% ⊗ $g(x) = (x-2)^3$

9.6% ○ $g(x) = (x+2)^3$

4.0% ○ $g(x) = x^3 - 2$

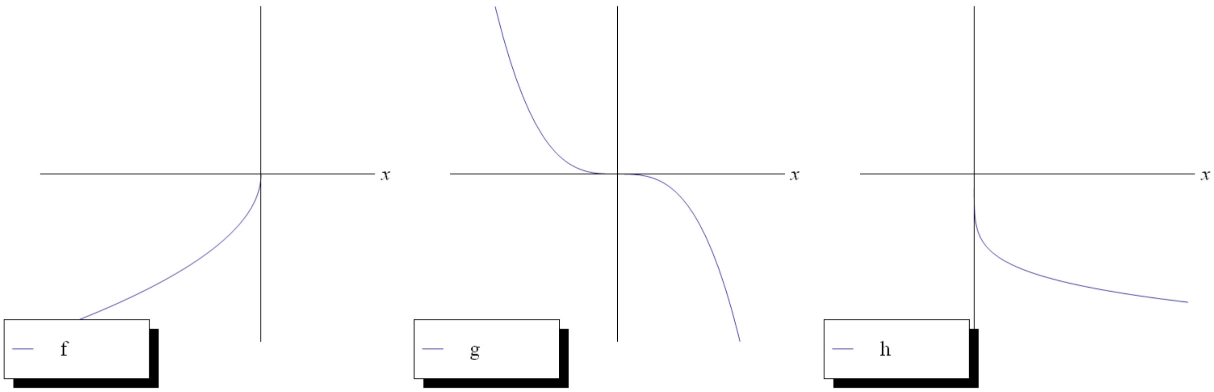
4.8% ○ $g(x) = x^3 + 2$

6.4% ○ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Eine Verschiebung um 2 nach rechts bedeutet, dass die neue Funktion g den Wert $f(x)$ erst bei $x+2$ annimmt: $g(x+2) \stackrel{!}{=} f(x)$ für alle $x \Leftrightarrow g(x) = f(x-2)$. D.h., in $f(x)$ ist die Variable x durch $x-2$ zu ersetzen.

Frage 8 (3.2 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welche drei Funktionen f, g, h gehören zu den drei folgenden Kurven?



0.8% ○ $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$, $g(x) = x^3$, $h(x) = -x^{\frac{1}{5}}$

Nein. Der Graph der Funktion g ist an der y-Achse gespiegelt.

4.8% ○ $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$, $g(x) = -x^3$, $h(x) = x^{-\frac{1}{5}}$

Nein. Die Wurzel ist für negative Zahlen nicht definiert, sodass f falsch ist.

3.2% ○ $f(x) = -x^{-\frac{1}{2}}$, $g(x) = x^3$, $h(x) = -x^{\frac{1}{5}}$

Nein. Siehe oben.

7.2% ○ $f(x) = -(-x)^{-\frac{1}{2}}$, $g(x) = -x^3$, $h(x) = x^{-5}$

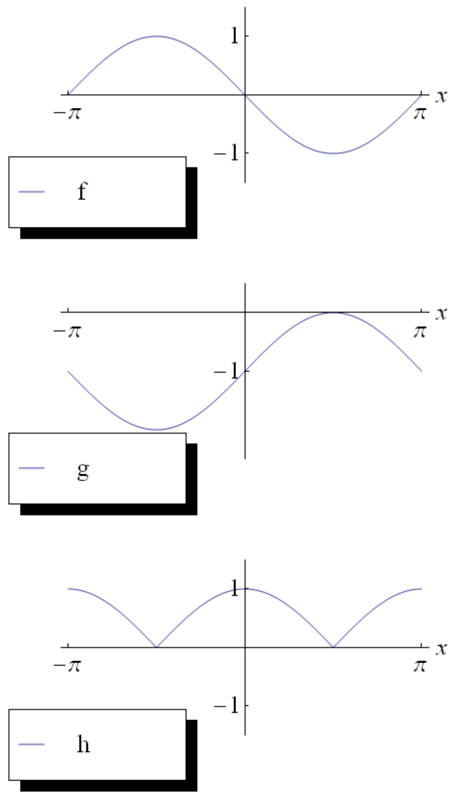
Nein. Für die Funktion h ist $h(x)$ positiv, falls x positiv ist.

80.8% ⊗ $f(x) = -(-x)^{\frac{1}{2}}$, $g(x) = -x^3$, $h(x) = -x^{\frac{1}{5}}$

Richtig!

Frage 9 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welche drei Funktionen f, g, h gehören zu den drei folgenden Graphen?



6.4% ○ $f(x) = \sin(x)$

$g(x) = \sin(x) - 1$

$h(x) = |\cos(x)|$

Nein. Man sieht z.B., dass f nicht die Form von $\sin(x)$, sondern von $\sin(-x)$ hat.

1.6% ○ $f(x) = \sin(-x)$

$g(x) = \cos(x) - 1$

$h(x) = \cos|x|$

Nein. Z.B. gilt $\cos|x| = \cos(x) < 0, x \in]\frac{\pi}{2}, \pi[$, was nicht h entspricht.

8.8% ○ $f(x) = \sin(-x)$

$g(x) = \sin(x) - 1$

$h(x) = \cos|x|$

Nein. Z.B. gilt $\cos|x| = \cos(x) < 0, x \in]\frac{\pi}{2}, \pi[$, was nicht h entspricht.

78.4% ⊗ $f(x) = \sin(-x)$

$g(x) = \sin(x) - 1$

$h(x) = |\cos(x)|$

Richtig!

4.8% ◯ Keine der Antworten ist korrekt.

Doch, eine der Antworten ist richtig.

Frage 10 (0.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welche Periode hat die Funktion f mit $f(x) = \sin(2x)$?

1.6% ◯ Es liegt keine Periode vor!

8.0% ◯ $2\,\pi$

69.6% ⊗ π

11.2% ◯ $\frac{\pi}{2}$

8.8% ◯ $4\,\pi$

Eine Funktion f hat genau dann Periode p, wenn für alle x gilt: $f(x) = f(x+p)$. Für die Sinus-Funktion gilt für alle x: $\sin(x) = \sin(x + 2\pi)$. In der Aufgabe folgt

$$f(x) = \sin(2x) = \sin(2x + 2\pi) = \sin(2(x + \pi)) = f(x + \pi).$$

Die Funktion f mit $f(x) = \sin(2x)$ hat die Periode π.

Frage 11 (4.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Der Grenzwert $\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3-1}{10n^3+n+21}$ beträgt

72.0% ⊗ $\frac{1}{5}$.

18.4% ◯ 0.

2.4% ◯ ∞.

0.8% ◯ $\frac{1}{32}$.

2.4% ◯ $-\frac{1}{21}$.

Es gilt:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3-1}{10n^3+n+21} \underbrace{=}_{\substack{\text{Zähler und Nenner} \\ \text{dividiert durch } n^3}} \lim_{n\to\infty} \frac{2-\frac{1}{n^3}}{10+\frac{1}{n^2}+\frac{21}{n^3}} = \frac{1}{5}$$

Frage 12 (0.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Summe der unendlichen geometrischen Reihe $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \ldots$ beträgt

7.2% ◯ $\frac{1}{2}$.

76.8% ⊗ $\frac{2}{3}$.

7.2% ◯ 2.

1.6% ◯ $\frac{3}{2}$.

6.4% ◯ ∞.

Für die betrachtete geometrische Reihe gilt

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} q_n.$$

Sei $q := \frac{q_{n+1}}{q_n}$. Dann ist $q = -\frac{1}{2}$. Da $|q| < 1$, konvergiert die geometrische Reihe und hat den Grenzwert $\frac{1}{1-q} = \frac{2}{3}$.

Frage 13 (4.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Der Grenzwert $\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h}$ beträgt

37.6% ◯ 0.

28.8% ⊗ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

4.0% ◯ $\frac{1}{2}$.

4.0% ◯ $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

20.8% ◯ ∞.

Erweitern des Zählers und Nenners mit $\sqrt{2+h} + \sqrt{2}$ ergibt:

$$\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h} \cdot \frac{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}} = \frac{(2+h)-2}{h(\sqrt{2+h}+\sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}}.$$

Damit erhalten wir für den Grenzwert

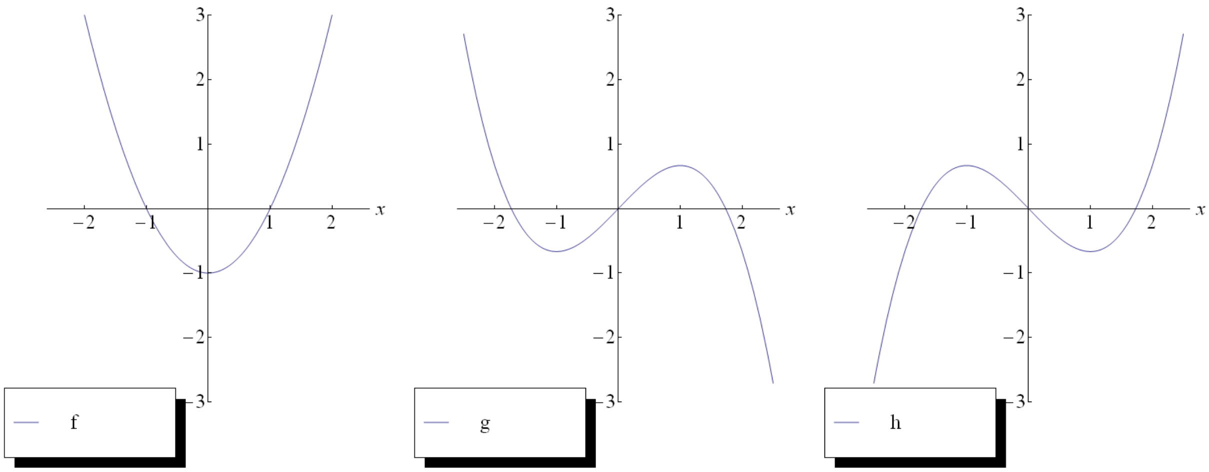
$$\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Ein anderes Argument lautet: Der Grenzwert ist der Differentialquotient der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x}$ an der Stelle 2, und es gilt $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, und damit

$$f'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Frage 14 (4.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die drei Graphen stellen die Funktionen f, g und h dar. Welche Aussage ist richtig?



3.2% ○ $f' = g$

Nein. Z.B. ist die Steigung von f bei $x = -2$ negativ, aber $g(-2) > 0$.

4.8% ○ $g' = f$

Nein. Z.B. ist die Steigung von g bei $x = -2$ negativ, aber $f(-2) > 0$.

14.4% ○ $f' = h$

Nein. Z.B. wechselt die Ableitung von f zwischen -2 und -1 das Vorzeichen nicht, da die Steigung dort immer negativ verläuft. Aber es ist $g(-2) > 0$ und $g(-1) < 0$.

56.8% ⊗ $h' = f$

Richtig!

16.8% ○ $g' = h$

Nein. Die Ableitung von g im Nullpunkt ist positiv, aber $h(0) = 0$.

Frage 15 (0.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)
Sei f die Funktion mit $f(x) = e^{2x}$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung f'?

7.2% ○ $f'(x) = 2xe^{2x-1}$

1.6% ○ $f'(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$

82.4% ⊗ $f'(x) = 2e^{2x}$

4.8% ○ $f'(x) = e^{2x}$

3.2% ○ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Es gilt: $f'(x) = \left(e^{2x}\right)' \underbrace{=}_{\text{Kettenregel}} 2e^{2x}$.

Frage 16 (1.6 % haben diese Frage nicht beantwortet)
Sei $f(x) = \ln(\sin x)$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

13.6% ○ $f'(x) = \frac{1}{\sin(x)}$

66.4% ⊗ $f'(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

4.8% ○ $f'(x) = \ln(\cos(x))$

7.2% ○ $f'(x) = \frac{1}{x}\sin(x) + \ln(\cos x)$

6.4% ○ $f'(x) = \cos(x)\ln(\sin x)$

Die Aufgabenstellung ist unpräzise formuliert. Für $\ln(y)$ muss $y > 0$ erfüllt sein, was in unserem Fall auf die Bedingung $\sin(x) > 0$ führt. Der Definitionsbereich für f ist also einzuschränken, wir betrachten im Folgenden deshalb $D_f :=]0, \pi[$. Damit ist dann für $x \in D_f$ $\sin(x) > 0$ erfüllt. Die Anwendung der Kettenregel ergibt nun

$$f'(x) = \left(\ln(\sin(x))\right)' = \cos(x)\frac{1}{\sin(x)} = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}.$$

Frage 17 (4.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Steigung der Tangente in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ an den Graphen der Funktion f mit $f(x) = -\cos(3x)$ ist ...

10.4% ◯ Die Tangente existiert nicht.

13.6% ◯ 1.

56.0% ⊗ -3.

7.2% ◯ $3\sin(3)$.

8.0% ◯ 3.

Die Steigung der Tangente m_t an den Graphen einer Funktion f in einem Punkt x_0 ist gleich dem Wert der Ableitungsfunktion f' in x_0, das heisst, $m_t = f'(x_0)$. Hier ist $f(x) = -\cos(3x)$ und $f'(x) = 3\sin(3x)$, und damit die Steigung gleich

$$f'(\frac{\pi}{2}) = 3\sin(3\frac{\pi}{2}) = 3 \cdot (-1) = -3.$$

Frage 18 (1.6 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Funktion f mit $f(x) = x \cdot e^x + 7$ ist ...

6.4% ◯ eine Stammfunktion der Funktion g mit $g(x) = e^x$.

Nein, für f gilt $f'(x) = e^x + x \cdot e^x \neq g(x)$.

16.0% ◯ die Ableitung der Funktion g mit $g(x) = e^x + 7x$.

Nein, für g gilt $g'(x) = e^x + 7 \neq f(x)$.

24.8% ⊗ eine Stammfunktion der Funktion g mit $g(x) = e^x + x \cdot e^x$.

Richtig, es gilt nach Produkt- und Summenregel $f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x + 0 = g(x)$.

25.6% ◯ die Ableitung der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{2}x^2 \cdot e^x + 7x$.

Nein, es gilt nach Produkt- und Summenregel $g'(x) = xe^x + \frac{1}{2}x^2 \cdot e^x + 7$.

25.6% ◯ Alle obigen Aussagen sind falsch.

Frage 19 (4.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)
Das Integral $\int_0^\pi \sin(\frac{t}{2})dt$ beträgt

50.4% ⊗ 2.

11.2% ○ -2.

1.6% ○ 4.

4.0% ○ $-\frac{1}{2}$.

28.8% ○ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Das Integral berechnet sich durch:

$$\int_0^\pi \sin(\frac{t}{2})dt = -2\cos(\frac{t}{2})\,|_0^\pi = -2(\cos(\frac{\pi}{2}) - 1) = 2.$$

Frage 20 (3.2 % haben diese Frage nicht beantwortet)
Sei f die Funktion mit $f(x) = \int_3^x \sin(t)dt$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

23.2% ○ $f'(x) = \cos(x) - \cos(3)$

18.4% ○ $f'(x) = \sin(x) - \sin(3)$

10.4% ○ $f'(x) = \cos(x)$

34.4% ⊗ $f'(x) = \sin(x)$

10.4% ○ Keine der Gleichungen ist korrekt.

Sei f eine stetige Funktion und a eine Konstante. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung besagt, dass die Funktion F mit $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ eine Stammfunktion von f ist. Es gilt also $F'(x) = f(x)$. Setze hier f als die Funktion $f(x) = \sin x$ und $a = 3$.

Alternative: Berechne das Integral direkt durch:

$$\int_3^x \sin(t)dt = -\cos t|_3^x = -\cos x + \cos 3.$$

Dann ist $f'(x) = (-\cos x + \cos 3)' = \sin x$.

Frage 21 (8.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welches Paar von Gleichungen bzw. Parameterdarstellungen definiert Geraden, die nicht zueinander senkrecht sind?

9.6% ◯ $y = \frac{1}{3}x;\ 3x + y - \frac{1}{4} = 0$

18.4% ◯ $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3}{4}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{array} \right.;\ \left\{ \begin{array}{l} x = 2 - 2t \\ y = 3 + 3t \end{array} \right.$

48.0% ⊗ $y = \frac{2}{3}x + 1;\ x = -\frac{3}{2}y - 9$

8.0% ◯ $y = -\frac{1}{4}x;\ x = \frac{1}{4}y + 4$

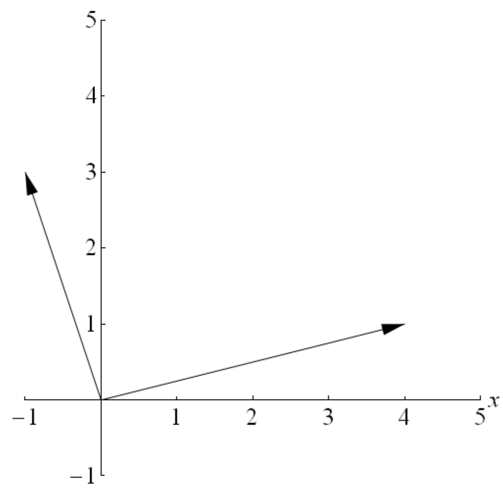
8.0% ◯ $y = x;\ y = 1 - x$

Zwei Geraden $g_1 : y = m_1x+b_1$ und $g_2 : y = m_2x+b_2$ stehen genau dann senkrecht aufeinander, wenn das Produkt der beiden Steigungen gleich minus eins ist: $m_1 \cdot m_2 = -1$. In den fünf Beispielen trifft dies nur für $m_1 = \frac{2}{3}$ und $m_2 = -\frac{2}{3}$ nicht zu.

Beachten Sie, dass die Gleichungen in die richtige Form gebracht werden müssen.

Frage 22 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welcher Vektor entspricht der Summe der beiden Vektoren im Bild?



1.6% ○ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

0.8% ○ $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

1.6% ○ $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

0.8% ○ $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

95.2% ⊗ Keine der obigen Antworten ist richtig.

Die beiden Vektoren im Bild haben die Koordinaten $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Wir bezeichnen sie mit $\vec{v}$ und $\vec{w}$. Dann ist

$$\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + (-1) \\ 1 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Diese Lösungsmöglichkeit wird nicht angeboten.

Frage 23 (0.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Sei $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$. Dann ist $|\vec{a}| =$

1.6% ○ 1.

0.8% ○ 2.

82.4% ⊗ 3.

12.8% ○ 9.

1.6% ○ Keines davon.

Der Betrag eines Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ berechnet sich durch

$$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

In unserem Fall rechnen wir nach, dass $\sqrt{1+4+4} = 3$ gilt.

Frage 24 (0.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Dann ist das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

4.8% ○ $\sqrt{6}$.

90.4% ⊗ 6.

0.8% ○ 36.

1.6% ○ $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1.6% ○ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Das Skalarprodukt zweier Vektoren ist die Summe der Produkte der jeweiligen Koordinaten:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 6.$$

Beachten Sie mit Blick auf die vorherige Aufgabe, dass $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$ gilt.

Frage 25 (0.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Dann ist das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b} =$

62.4% ⊗ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

13.6% ○ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11.2% ○ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

8.0% ○ 0.

4.0% ○ 2.

Das Vektorprodukt zweier Vektoren $\vec{v_1} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$ und $\vec{v_2} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$ berechnet sich durch:

$$\vec{v_1} \times \vec{v_2} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 z_2 - z_1 y_2 \\ z_1 x_2 - x_1 z_2 \\ x_1 y_2 - y_1 x_2 \end{pmatrix}.$$

Setzen Sie nun die Koordinaten ein und erhalten $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.