Résumé de certains Travaux

Lorenz Halbeisen

Tous mes travaux concernent le domaine de la combinatoire. Les travaux avec Norbert Hungerbühler sont du ressort de la **combinatoire finie**, les autres de la **combinatoire infinie**, ou plus précis, de la **théorie des ensembles**.

Consequences of Arithmetic for Set Theory: Une partie de cet article provient de mon mémoire de fin d'étude, fait sous la direction du professeur H. Läuchli (ETH Zürich). Dans cet article, nous avons comparé certains cardinaux de la **théorie des ensembles sans l'axiome du choix**. Soit e un ensemble et $\mathfrak{e}$ sa cardinalité, soient $\text{fin}(\mathfrak{e})$ la cardinalité de de l'ensemble des sous-ensembles finis de e, $\mathcal{P}(\mathfrak{e})$ celle de l'ensemble des sous-ensembles de e et $\text{seq}(\mathfrak{e})$ celle de l'ensemble des suites finies d'éléments de e, où chaque élément n'apparait qu'une seule fois.
Entre autres choses nous avons démontré que

$$\text{fin}(\mathfrak{e}) < \mathcal{P}(\mathfrak{e}) \ \text{ et } \ \text{seq}(\mathfrak{e}) \neq \mathcal{P}(\mathfrak{e}).$$

Le meilleur résultat que nous ayons obtenu est l'existence d'un modèle de la théorie des ensembles (permutation model) avec un e tel que

$$\text{seq}(\mathfrak{e}) < \text{fin}(\mathfrak{e}).$$

Relations Between Some Cardinals in the Absence of the Axiom of Choice: Cet article continue le travail commencé par l'article "Consequences of arithmetic for set theory" et traite des **relations relativement consistentes** avec la théorie des ensembles **entre quelques cardinaux**.

Mathias Absoluteness and the Ramsey Property, Symmetries Between two Ramsey Properties et On Shattering, Splitting and Reaping Partitions: Ces trois articles sont du ressort de la **théorie de Ramsey**.
Soit $[\omega]^\omega$ l'ensemble de tous les ensembles infinis de nombres entiers et soit pour $x \in [\omega]^\omega$, $[x]^\omega$ l'ensemble de tous les sous-ensembles infinis de x. On dit qu'un ensemble $R \subseteq [\omega]^\omega$ est Ramsey s'il existe un $x \in [\omega]^\omega$ tel que $[x]^\omega \subseteq R$ ou $[x]^\omega \cap R = \emptyset$. Si on considère l'ensemble des partitions infinies de ω (noté

$(\omega)^\omega$) au lieu de considérer $[\omega]^\omega$, on obtient une forme duale de la propriété de Ramsey, la propriété *dual-Ramsey*.

Dans l'article MATHIAS ABSOLUTENESS AND THE RAMSEY PROPERTY, le résultat le plus important est une caractérisation des modèles dans lesquels tous les ensembles Σ^1_2 sont Ramsey. (Les ensembles Σ^1_2 sont les ensembles qui sont la projection du complémentaire d'un analytique (projection d'un ensemble Borélien)): Tous les ensembles Σ^1_2 sont Ramsey dans le modèle V si et seulement si V est un modèle qui est Σ^1_3-Mathias absolute.

L'article SYMMETRIES BETWEEN TWO RAMSEY PROPERTIES traite des partitions infinies de l'ensemble des nombres entiers. J'ai montré que plusieurs des résultats concernant la propriété de Ramsey sont également vrais pour la **propriété dual-Ramsey**. De plus je donne une démonstration utilisant des jeux généralisant la caractérisation des ensembles de partitions dual-Ramsey.

Dans l'article ON SHATTERING, SPLITTING AND REAPING PARTITIONS je considère les **cardinaux caractéristiques** associés à $(\omega)^\omega$ et je réponds à une question ouverte: Il est consistant avec les axiomes ZFC que $\mathfrak{H} > \aleph_1$, où $\mathfrak{H}$ mesure la distributivité de $((\omega)^\omega, \leq)$. J'ai aussi montré que $\mathfrak{H} = \mathrm{add}(\mathfrak{J}) = \mathrm{cov}(\mathfrak{J})$, où $\mathfrak{J}$ est l'idéal des ensembles de partitions qui sont maigres pour la topologie de Ellentuck.

A GENERALIZATION OF THE DUAL ELLENTUCK THEOREM, A RAMSEY TYPE THEOREM AND ITS COROLLARIES et TECHNIQUES FOR APPROACHING THE DUAL RAMSEY PROPERTY IN THE PROJECTIVE HIERARCHY: Ces trois articles sont du ressort de la **combinatoire infinie** et continuent le travail commencé par l'article "Symmetries between two Ramsey properties".

L'article THE GENERAL COUNTERFEIT COIN PROBLEM concerne une généralisation (avec plusieurs balances) du problème qui consiste à détecter une **fausse pièce** (c'est à dire une pièce qui est plus lourde ou moins lourde).

L'article PACKINGS IN COMPLETE GRAPHS utilise la géométrie finie pour trouver dans un graphe complet des sous-graphes (d'un certain type) n'ayant pas d'arêtes en commun.

L'article Optimal Bounds for the Length of Rational Collatz Cycles donne des **bornes supérieures optimales** pour la longueur $L(n)$ des **cycles de Collatz** (sous réserve de l'existence de cycles non-triviaux) lorsque la conjecture de Collatz est vérifiée jusque à un certain nombre n. Cet article améliore des résultats de Crandall, Lagarias et Eliahou.

Dans les articles Reconstruction of Weighted Graphs by Their Spectrum et Generation of Isospectral Graphs nous donnons et étudions une **variation discrète** pour retrouver la forme d'un espace à partir de son **spectre**.

L'article The Josephus Problem traite d'un problème bien connu. Nous démontrons l'existence de nombres réels qui permettent de calculer les nombres de Flavius Josèphe sans récurrence.

Dans l'article On Periodic Billiard Trajectories in Obtuse Triangles nous démontrons que pour la moitié (au sens de la mesure de Lebesgue) des triangles obtus, on trouve un **chemin de réflection qui est périodique**.