

Die Gödel'schen Sätze

Serie 0

Terme & Formeln

Besprechung am 29. September

0. Es sei F_1 ein 1-stelliges, F_2 ein 2-stelliges, und F_3 ein 3-stelliges Funktionssymbol. Weiter sei R_2 ein 2-stelliges Relationssymbol, c sei ein Konstantensymbol, und x, y, z seien Variablen.

(a) Welche der folgenden Zeichenketten sind Terme, welche Formeln, und welche Zeichenketten sind syntaktisch inkorrekt?

- i. $F_3x F_3y F_3z F_2x F_1zzcc$
- ii. $\neg\neg\neg\exists x\neg((y = F_3x F_1y) \vee (x = x))$
- iii. $\forall x\neg(c = x) \vee \exists c(c = x)$
- iv. $\neg\neg\forall y R_2 F_3 F_2 F_1 c x x x x \vee \forall y(x = c)$
- v. $\forall x\neg\exists x\forall x\neg(F_2y F_3x F_1cz = c \wedge \exists x R_2zy)$
- vi. $\forall x\neg\forall x\exists x(\neg R_2 F_1xx \vee \neg(F_2 F_3 F_2 F_2 x x x x x = y))$

(b) Wie sind die obigen, syntaktisch korrekten, Terme und Formeln aufgebaut?

1. Bei der folgenden Zeichenkette (mit F_2, R_2, c wie in Aufgabe 0) fehlen die Klammern:

$$\forall z\forall x\neg F_2xx = y \wedge \forall y\neg R_2zc \vee y = x \wedge \forall x R_1 F_2cx$$

(a) Setze auf zwei verschiedene Arten Klammern in die Zeichenkette, und zwar so, dass zwei Formeln φ & ψ entstehen bei denen die Menge der *freien* Variablen unterschiedlich sind.

Definition: Eine Variable heisst *frei* in einer Formel, wenn sie nicht im Wirkungsbereich eines Quantors ist; wobei eine Variable in einer Formel sowohl *frei* als auch *gebunden* vorkommen kann.

(b) Schreibe diese beiden Formeln φ & ψ in polnischer Notation.

2. Finde eine Signatur der folgenden Theorien bzw. algebraischen Strukturen.

- (a) Ringtheorie
- (b) Boole'sche Algebren
- (c) Vektorräume