Das Auswahlaxiom Serie 10

Zweites Fraenkel Permutationsmodell Abgabe am 10. Mai

Die Menge der Atome im zweiten Fraenkel Modell besteht aus einer abzählbaren Menge von paarweise disjunkten 2-elementigen Mengen:

$$A = \bigcup_{n\in\omega} P_n, \quad \text{wobei } P_n = \{a_n, b_n\} \text{ (für } n \in \omega).$$

Sei $\mathscr{G}$ die Gruppe aller Permutationen von A welche alle Paarmengen P_n erhält, *d.h.*

$$\pi(\{a_n, b_n\}) = \{a_n, b_n\} \quad \text{für alle } \pi \in \mathscr{G} \text{ und jedes } n \in \omega\,.$$

Weiter sei I_{fin} die Menge aller aller endlichen Teilmengen von A. Dann ist I_{fin} ein normales Ideal und der Filter, der durch I_{fin} generiert wird, ist ein normaler Filter. Schliesslich sei $\mathcal{V}_{F_2}$ das entsprechende Permutationsmodell, das sogenannte *zweite Fraenkel Permutationsmodell*.

30. Zeige: Für jedes $n \in \omega$ ist die Menge P_n in $\mathcal{V}_{F_2}$.

31. Zeige: Die Menge $\{P_n : n \in \omega\}$ der Paarmengen ist abzählbar in $\mathcal{V}_{F_2}$.

32. Zeige, dass KÖNIGS LEMMA in $\mathcal{V}_{F_2}$ nicht gilt.

33. Zeige, dass die Menge der Atome A in $\mathcal{V}_{F_2}$ überabzählbar ist.

34. Sei $\mathfrak{m}$ die Kardinalität der Menge der Atome in $\mathcal{V}_{F_2}$.
Zeige: $\mathcal{V}_{F_2} \models 2^{\mathfrak{m}} = 2^{\aleph_0} \cdot \text{fin}(\mathfrak{m})$