Das Auswahlaxiom

Serie 0

Wieviel vom Auswahlaxiom brauchen wir? Besprechung am 23. Februar

---

0. Entscheide jeweils, welche der folgenden Aussagen und Sätze ohne eine (eventuell abgeschwächte) Form des Auswahlaxioms nicht bewiesen werden können.

(a) Eine abzählbare Vereinigung von 2-elementigen Mengen ist abzählbar.

(b) Eine abzählbare Vereinigung von abzählbaren Mengen ist abzählbar.

(c) Die reellen Zahlen $\mathbb{R}$ lassen sich nicht als abzählbare Vereinigung von abzählbaren Mengen schreiben.

(d) Seien A und B zwei Mengen. Existieren Injektionen $f : A \hookrightarrow B$ und $g : B \hookrightarrow A$, so existiert eine Bijektion $h : A \to B$.

(e) Seien A und B zwei Mengen. Existieren Surjektionen $f : A \twoheadrightarrow B$ und $g : B \twoheadrightarrow A$, so existiert eine Bijektion $h : A \to B$.

(f) Eine Menge M ist genau dann endlich, wenn jede Injektion $f : M \hookrightarrow M$ eine Bijektion ist.

(g) Ist M eine unendliche Menge, dann existiert keine Bijektion zwischen der Potenzmenge $\mathscr{P}(M)$ und der Menge aller endlichen Teilmengen von M.

(h) Ist M eine unendliche Menge, dann existiert keine Surjektion von Menge aller endlichen Teilmengen von M auf die Potenzmenge $\mathscr{P}(M)$.

(i) Es existiert eine Bijektion zwischen $\mathbb{R}^2$ und dem Einheitsintervall $[0, 1]$.

(j) Es existiert keine Surjektion einer Menge M auf ihre Potenzmenge $\mathscr{P}(M)$.

(k) Existiert eine Surjektion von $M \times M$ auf die Potenzmenge $\mathscr{P}(M)$, so hat M höchstens vier Elemente.