Elliptische Kurven und Kryptographie

Serie 8

$m^2 = n^2 + nl + l^2$ Besprechung am 21. November

---

27. Seien k, l, m, n positive ganze Zahlen, so dass gilt

$$m^2 = n^2 + nl + l^2 \quad \text{und} \quad k = n + l\,.$$

Zeige, dass dann folgende Aussagen gelten:

(a) $m^2 = n^2 - kn + k^2$

(b) $\big(2mn, m^2 - n^2, m^2 + n^2\big)$, $\big(2ml, m^2 - l^2, m^2 + l^2\big)$, $\big(2km, k^2 - m^2, k^2 + m^2\big)$ sind ganzzahlige pythagoräische Tripel.

(c) $A := klmn$ ist eine kongruente Zahl.

(d) Die Kurve $y^2 = x^3 - A^2 x$ besitzt drei ganzzahlige Punkte (x, y) mit $y > 0$ die auf einer Geraden liegen.

28. Finde drei ganzzahlige Punkte (x, y) mit $y > 0$ auf der Kurve $y^2 = x^3 - 840^2 x$ die auf einer Geraden liegen.

Hinweis: $m = 7$