Elliptische Kurven und Kryptographie

Serie 0

zur reellen projektiven Ebene — Besprechung am 26. September

---

0. (a) Gegeben seien die beiden projektiven Geraden

$$G_1 : X - 2Y + 3Z = 0 \qquad \text{und} \qquad G_2 : 2X - Z = 0\,.$$

Bestimme den Schnittpunkt von G_1 und G_2.

(b) Gegeben seien die beiden projektiven Punkte

$$P_1 = (1, -2, 3) \qquad \text{und} \qquad P_2 = (2, 0, -1)\,.$$

Bestimme die Gerade durch P_1 und P_2.

1. In Abhängigkeit vom reellen Parameter u definieren wir die Transformationsmatrix T_u wie folgt:

$$T_u := \begin{pmatrix} \cosh(u) & 0 & \sinh(u) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sinh(u) & 0 & \cosh(u) \end{pmatrix}$$

(a) Bestimme das Bild K' unter T_u des Einheitskreises

$$K : X^2 + Y^2 - Z^2 = 0\,.$$

(b) Seien G_1 und G_2 die beiden Tangenten vom Punkt $(1, 0, 0)$ an K.
Bestimme die Bilder G_1' und G_2' unter T_u der Geraden G_1 und G_2, sowie deren Berührungspukte mit K'.

2. Zeige, dass unter projektiven Transformationen Doppelverhältnisse erhalten bleiben.