Name: **Leginummer:**

Mathematik-Teil der Prüfung Mathematik III und Systemanalyse II im Sommer 2008

Vorlesung *Mathematik III und Systemanalyse II* von Dr. P. Thurnheer.

Vorgesehene Zeit für diesen Teil: 40 Minuten

Maximale Punktzahl: 15 Punkte

Hilfsmittel: Schriftliche Unterlagen, <u>kein</u> Taschenrechner,
<u>kein</u> Mobiltelephon

Aufgabe	Punkte	Kontrolle
1		
2		
3		
Total		

Bitte wenden!

1. (6 Punkte) Wir betrachten das Vektorfeld

$$F(x,y,z) = \begin{pmatrix} \cos x \\ 3y + \ln xz \\ z \sin x \end{pmatrix}$$

und das in Parameterdarstellung gegebene Flächenstück $\mathcal{G}$

$$a : (u,v) \mapsto a(u,v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{für} \quad \begin{cases} 0 \leq u \leq \frac{3\pi}{2}, \\ 0 \leq v \leq u. \end{cases}$$

a) Skizzieren Sie das Flächenstück $\mathcal{G}$ oder beschreiben Sie es in Worten.

b) Berechnen Sie den Fluss Φ_1 von F in Richtung der positiven z-Achse durch $\mathcal{G}$.

c) Sei Φ_2 der Fluss des Vektorfeldes F in Richtung der negativen z-Achse durch den Mantel (Gesamtheit der Seitenflächen ohne Grundfläche) der Pyramide mit Grundfläche $\mathcal{G}$ und Spitze $S(4,-1,0)$. Drücken Sie Φ_2 mit Hilfe des Satzes von Gauss durch Φ_1 aus und berechnen Sie dann Φ_2 unter Verwendung Ihres Resultates aus Aufgabe **b)**.

2. (5 Punkte)

a) Berechnen Sie die Arbeit des Vektorfeldes

$$F(x,y,z) = \begin{pmatrix} -z \\ y \tan y \\ x+1 \end{pmatrix}$$

längs des Kreises in der Ebene $y = 3$ mit Mittelpunkt auf der y-Achse und Radius 2 (Sie können den Umlaufsinn selber wählen.) mit Hilfe des Satzes von Stokes. *Hinweis:* Sie können, wenn Sie wollen, rein geometrisch argumentieren, das heisst es ist nicht unbedingt notwendig die Fläche explizit zu parametrisieren.

b) (Unabhängig von Aufgabe **a)**.) Berechnen Sie die unter **a)** definierte Arbeit direkt.

c) Ist F ein Potentialfeld? Begründen Sie Ihre Antwort.

3. (4 Punkte) Führen Sie die partielle Differentialgleichung

$$u_{xx}(x,t) + u_x(x,t) + \frac{u_t(x,t)}{t} = 0$$

durch einen Separationsansatz auf zwei gewöhnliche Differentialgleichungen zurück und bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen derselben.