

2. Vordiplom

1. Es werden zufällig zwei verschiedene Zahlen zwischen 1 und 10 gewählt. Sei X die Anzahl der gewählten Zahlen, die gerade sind.
 - a) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl 3 gewählt wurde. Berechnen Sie den Erwartungswert von X .
 - b) Finden Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass $X = 2$, falls mindestens eine gerade Zahl gewählt wurde.
 - c) Finden Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass $X = 2$, falls die Zahl 10 gewählt wurde.

2. Die Lebensdauern (in Stunden) von drei Glühbirnen sind unabhängig und exponentialverteilt mit respektiven Parametern $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.
 - a) Sei T der erste Zeitpunkt, wo irgend eine Glühbirne ausfällt. Finden Sie die Verteilungsfunktion und die Dichtefunktion von T .
Hinweis: Berechnen Sie zuerst $P[T > t]$.
 - b) Finden Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die erste Glühbirne nach einer Stunde noch funktioniert, falls in dieser Stunde mindestens eine Glühbirne ausfällt.
 - c) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Glühbirne länger als die erste Glühbirne funktioniert.

3. Seien X, Y unabhängige gleichverteilte Zufallsvariablen auf $[0, 1]$. Wir betrachten das Rechteck mit den Eckpunkten $(0, 0), (X, 0), (X, Y), (0, Y)$. Sei A der Flächeninhalt dieses Rechtecks.
 - a) Berechnen Sie den Erwartungswert von A und die Kovarianz von X und A .
 - b) Bestimmen Sie die beste lineare Prognose von A durch X und von X durch A .
 - c) Finden Sie die Verteilungsfunktion und die Dichtefunktion von Y/X .
Hinweis: Zeichnen Sie zuerst die Menge der Punkte (X, Y) , die $Y/X \leq a, a > 0$, erfüllen.