

## Division-ample sets and the Diophantine problem for rings of integers

par GUNTHER CORNELISSEN, THANASES PHEIDAS  
et KARIM ZAHIDI

RÉSUMÉ. Nous démontrons que le dixième problème de Hilbert pour un anneau d'entiers dans un corps de nombres  $K$  admet une réponse négative si  $K$  satisfait à deux conditions arithmétiques (existence d'un ensemble dit *division-ample* et d'une courbe elliptique de rang un sur  $K$ ). Nous lions les ensembles division-ample à l'arithmétique des variétés abéliennes.

ABSTRACT. We prove that Hilbert's Tenth Problem for a ring of integers in a number field  $K$  has a negative answer if  $K$  satisfies two arithmetical conditions (existence of a so-called *division-ample* set of integers and of an elliptic curve of rank one over  $K$ ). We relate division-ample sets to arithmetic of abelian varieties.

---

Manuscrit reçu le 8 janvier 2004.

The authors thank Jan Van Geel for very useful help and encouragement. The third author was supported by a Marie-Curie Individual Fellowship (HPMF-CT-2001-01384).

Gunther CORNELISSEN  
Mathematisch Instituut  
Universiteit Utrecht  
Postbus 80010  
3508 TA Utrecht, Nederland  
*E-mail* : [cornelissen@math.uu.nl](mailto:cornelissen@math.uu.nl)

Thanases PHEIDAS  
Department of Mathematics  
University of Crete  
P.O. Box 1470  
Herakleio, Crete, Greece  
*E-mail* : [pheidas@math.uoc.gr](mailto:pheidas@math.uoc.gr)

Karim ZAHIDI  
Equipe de Logique Mathématique  
U.F.R. de Mathématiques (case 7012)  
Université Denis-Diderot Paris 7  
2 place Jussieu  
75251 Paris Cedex 05, France  
*Adresse actuelle*:  
Departement Wiskunde, Statistiek & Actuariaal  
Universiteit Antwerpen  
Prinsstraat 13  
2000 Antwerpen, België  
*E-mail* : [zahidi@logique.jussieu.fr](mailto:zahidi@logique.jussieu.fr)