

Propuesta Teórica de Entrevista Socrática a la Luz del Modelo de van Hiele

*Theoretical Proposal of Socratic Interview
in the Frame of van Hiele's Model*

Carlos Mario Jaramillo López
(cama@matematicas.udea.edu.co)

Universidad de Antioquia
Medellín, Colombia

Pedro Campillo Herrero (pcampillo@umh.es)

Universidad Miguel Hernández
Orihuela, España

Resumen

El objetivo de este artículo es describir algunas pautas que permitan agilizar el diseño de entrevista socrática en el momento de la aplicación del modelo de van Hiele, siempre y cuando sea posible, a conceptos del análisis matemático, de tal modo que se pueda proceder a garantizar la detección de varios niveles de razonamiento, y la confección correspondiente de los descriptores en concordancia con el modelo. Estas pautas son producto de la experiencia que se ha tenido en estudios desarrollados en los últimos años y que han tenido que ver con procesos de razonamiento infinito de aproximación local.

Palabras y frases clave: Modelo de van Hiele, niveles, descriptores, entrevista socrática.

Abstract

The goal of this paper is the description of some guides which can help in the design of a socratic interview when the van Hiele model is applied to some concepts of mathematical analysis, whenever it is possible, in order to be sure of the detection of several reasoning levels, and the corresponding confection of descriptors in agreement with the model. These guides are the product of the experience gathered in research developed during the last years, related with the infinite reasoning processes of local approximation.

Key words and phrases: Van Hiele's model, levels, descriptors, socratic interview.

1 Introducción

El modelo de van Hiele se había aplicado a conceptos geométricos en niveles elementales de la educación primaria, hasta que aparecen en los últimos años las tesis doctorales de los profesores, J. L. Llorens [5], P. Campillo [1], A. de la Torre [2] y C. M. Jaramillo [4], dirigidas todas ellas por el Profesor P. Pérez, y en la misma línea, la tesis del profesor P. Esteban [3], dirigida por J. L. Llorens, que demuestran la posibilidad de extender el modelo a conceptos fundamentales del análisis matemático que se estudian en los programas del último año de secundaria y primer año de universidad. Estas tesis han probado que un buen diseño de entrevista de carácter socrático en el contexto de van Hiele nos permite detectar el nivel de razonamiento de un alumno frente a un concepto matemático determinado, como también, hacer la descripción de su razonamiento en una forma aproximada cuando se presenta su construcción en la mente del alumno. Dado el éxito y la eficacia que se ha tenido con este diseño de guión entrevista socrático, no nos queda más que tratar de organizar algunas ideas relevantes que sugieran cómo elaborar un buen diseño a la hora de abordar un concepto matemático que se puede enmarcar en el contexto de van Hiele. No pretendemos mostrar algo ya acabado sino por el contrario resaltar algunas dificultades en el momento de enfrentar su diseño, pues es claro que cuando se trata de mirar desde afuera de la mente del alumno la forma cómo razona en matemáticas, no es una tarea fácil: es un fenómeno más bien delicado y complejo, pues los gestos, su tono de voz, el lenguaje utilizado para referirse a los objetos matemáticos, son algunos de los indicios que nos permiten detectar que se está llevando a cabo un proceso de razonamiento matemático adecuado. Además todos los docentes, y aún los mismos alumnos, sabemos lo complejo que es intentar hallar caminos fiables y seguros para lograr que nuestros alumnos comprendan las matemáticas de la manera más correcta y precisa posible, por ello uno de los objetivos que persigue la entrevista es construir una propuesta educativa para facilitar que el alumno acceda al concepto objeto de estudio con un mínimo esfuerzo, pero con un razonamiento profundo de este.

2 La entrevista clínica

2.1 Su relación con el modelo de van Hiele

En la investigación sobre el modelo de van Hiele predomina la utilización de entrevistas individualizadas entre el profesor y cada estudiante para determinar el nivel de razonamiento. Estas entrevistas individuales suelen denomi-

narse entrevistas clínicas y en ellas, el profesor plantea diversas actividades y dialoga con el alumno a tenor de su forma de resolverlas y del nivel de razonamiento que vaya mostrando durante la entrevista (Selden y Selden, [7]). La entrevista clínica es utilizada con dos propósitos, para formular los descriptores y para su confirmación. El proceso de investigación sobre el modelo de van Hiele tiene una particular metodología en espiral: se utiliza la entrevista socrática para formular los descriptores de los niveles y para mejorar, a su vez, la herramienta de trabajo que representa esta clase de entrevista. Así, con la herramienta mejorada, se reformulan o corroboran los descriptores y, de nuevo, se entra en un proceso de mejora continuo de la entrevista clínica.

Cuando se estudia la evolución de la comprensión de un concepto, se hace necesario un seguimiento continuo y detallado de los estudiantes durante su actividad, o de los procesos que están teniendo lugar en un determinado contexto. Nuestra intención es apreciar de la forma más precisa posible los procesos o transformaciones que ocurren en la mente del alumno. Para ello se plantean diferentes modelos de entrevista, entre las cuales está la formativa, en la que el entrevistador proporciona determinada información y observa como el entrevistado la asimila y la utiliza.

Nuestra elección está en el contexto de la entrevista formativa, que se denomina entrevista socrática, y que se descubre como más adecuada para el tipo de estudio que queremos llevar a cabo. Podemos comprobar en los trabajos realizado por J. L. Llorens, P. Campillo, A. de la Torre, P. Esteban y C. M. Jaramillo, la utilización de esta herramienta y los resultados obtenidos.

2.2 El carácter socrático de las pruebas

Los ejemplos emblemáticos en los que se basa este término los constituyen los *Diálogos* de Platón. En ellos, Sócrates pretende llevar a sus interlocutores a la verdad sobre la inmortalidad del alma, sobre las propiedades de la retórica o sobre el amor, pero partiendo de la concepción que ellos puedan tener de esas cuestiones, mostrándoles las contradicciones o carencias que tienen esas mismas concepciones. Dentro de estos diálogos podemos encontrar, en el *Menón*, la primera clase de matemáticas en la que Sócrates hace descubrir a un servidor de Menón cómo se construye el cuadrado de área doble de uno dado en principio. Este diálogo nos ha servido de inspiración para la construcción de la entrevista socrática.

La entrevista socrática entra dentro de la estructura del modelo educativo de van Hiele, que se fundamenta en la necesidad de una experiencia específica de aprendizaje para que se produzca una evolución en el razonamiento. La intención es doble: observar la evolución del nivel de razonamiento, partiendo

de unos conocimientos básicos (punto, recta, curva, segmento etc.) para ir avanzando hasta llegar al más alto nivel de razonamiento del concepto objeto de estudio y segundo, conseguir la formación y asimilación de un concepto matemático objeto de estudio, partiendo de conceptos básicos de geometría. Por lo tanto este proceso a través de una entrevista socrática se convierte, además de en una herramienta para observar la evolución del razonamiento, en una experiencia de aprendizaje; aunque nuestro objetivo con la entrevista no esté centrado en conseguir este progreso en el nivel de razonamiento por medio de la entrevista, sino en la detección del nivel de razonamiento del alumno respecto al concepto. El carácter socrático, al que nos referimos, obliga a prever las intervenciones en función de las respuestas, a influir en algunos momentos para conseguir provocar la reinterpretación y readaptación del concepto personal que tiene el alumno; es así como en la entrevista combinamos diferentes tipos de preguntas.

Se establece que la entrevista clínica tiene el carácter de una prueba semiestructurada, es decir, que existe un guión construido previamente con las características señaladas, pero que no excluye la intervención del entrevistador, pues busca comprender cómo se va formando el concepto en la mente del alumno. Además, es una experiencia pedagógica nueva a la que el alumno se ve sometido.

2.3 Observaciones de la entrevista clínica

La elección de las preguntas adecuadas es la labor ardua a la que se enfrenta el investigador; aunque algunas de ellas presentan situaciones sin dificultad (son preguntas que utilizamos para aportar información), existen preguntas en las que se pretende dar seguridad y hacer que se consoliden los conceptos adquiridos, y otras preguntas están dedicadas a influir (entorpecer), con el objetivo de conseguir la provocación necesaria para que se produzcan los saltos en el razonamiento; en realidad, este último tipo de preguntas son las más útiles, debido a que nos aportan más información para determinar y describir los niveles de razonamiento.

Citemos a Platón [6, 308–309] que pone en boca de Sócrates, en el Diálogo *Menón*, la labor que se realiza mediante el entorpecimiento.

SOC. ¿Te das cuenta una vez más, Menón, en qué punto se encuentra ya del camino de la reminiscencia? Porque al principio no sabía cuál era la línea de la superficie de ocho pies, como tampoco ahora lo sabe aún; sin embargo, creía entonces saberlo y respondía con la seguridad propia del que sabe, considerando que no había problema. Ahora, en cambio, considera que está ya en el problema, y como no sabe la respuesta, tampoco cree saberla.

MEN. Es verdad.

SOC. ¿Entonces está ahora en una mejor situación con respecto del asunto que no sabía?

MEN. Así me parece.

SOC. Al problematizarlo y entorpecerlo, como hace el pez torpedo, ¿le hicimos algún daño?

MEN. A mí me parece que no.

SOC. Le hemos hecho, al contrario, un beneficio para resolver cómo es la cuestión. Ahora, en efecto, buscará de buen grado, puesto que no sabe, mientras que muchas veces antes, delante de todos, con tranquilidad, creía estar en lo cierto al hablar de la superficie doble y suponía que habría que partir de una superficie del doble de largo.

MEN. Así parece.

SOC. ¿Crees acaso que él hubiera tratado de buscar y aprender esto que creía que sabía, pero ignoraba, antes de verse problematizado y convencido de no saber, y de sentir el deseo de saber?

Recordemos que no se espera poder contabilizar la cantidad de errores y de aciertos, sino ir estudiando a través de las respuestas la evolución por parte del alumno de su nivel de razonamiento.

La entrevista final que se presenta, ha sido el resultado de un proceso de recopilación de experiencias obtenidas a partir de entrevistas previas, se experimenta con ella para describir los niveles de razonamiento, utilizando un procedimiento de trabajo en espiral. Con los datos obtenidos, se cambia la herramienta de trabajo, es decir, la entrevista para volver a repetir la experiencia y mejorar los datos obtenidos y, a su vez, la entrevista. Además, se debe realizar un considerable esfuerzo de adaptar la entrevista al modelo teórico de los niveles de van Hiele, para conseguir la construcción del concepto a medida que se van detectando los niveles.

3 Esquema de ideas para el diseño de la entrevista socrática.

3.1 El diálogo

La prueba deberá enmarcarse dentro de un diálogo, debido a su carácter socrático, apoyándose en las preguntas que visualmente se van presentando. Se solicita al entrevistado que comente las respuestas evitando las contestaciones lacónicas de sí o no. Se hablará durante las preguntas de los elementos básicos de geometría usados inicialmente, pero en ningún caso, se definirán,

aunque se profundizará en algunas preguntas para comprender qué entiende el entrevistado por algunos conceptos de geometría necesarios en el desarrollo de la entrevista.

Se debe evitar emplear términos técnicos matemáticos referidos al concepto objeto de estudio. Con todo ello se intenta evitar, dentro de lo posible, la evocación de imágenes que pueden ser erróneas o incompletas asociadas al concepto, pues añadirían dificultades de comprensión de éste.

3.2 El lenguaje

El lenguaje del alumno durante la prueba es fundamental porque le permite al entrevistador detectar su nivel de razonamiento. Inicialmente, para el alumno no es muy significativo hablar de ideas que aparentemente no tienen ninguna relación. Él, en esta fase, la cual es una fase estática del concepto, parece responder en forma natural. Pero, al momento de intentar pasar a la parte dinámica del concepto, las expresiones verbales más adecuadas y relacionadas con el concepto empiezan a cobrar un mayor sentido matemático. Es fácil detectar que el alumno ha avanzado en su razonamiento, debido a que en sus respuestas emplea palabras más precisas con el sentido matemático apropiado. De los labios del alumno deben aflorar ideas que exhiben un alto contenido de asociaciones matemáticas. El entrevistador debe tener la habilidad para detectar si el alumno le da una secuencia lógica a estas asociaciones, es decir, si la cadena de enunciados que va manifestando el alumno contiene un razonamiento lógico deductivo.

3.3 Marco visual

Aunque existen experiencias que se mueven en un proceso de razonamiento puro con un mínimo de apoyatura visual [2], se recomienda estructurar la entrevista en un marco preferiblemente visual, pues ésta es la forma en la que más se ha trabajado con el modelo y la manera como se pretende introducir un concepto matemático susceptible de un acompañamiento visual geométrico. La intención es evitar problemas de comprensión derivados de la notación o de la nomenclatura, con el propósito de centrarse en los problemas de comprensión motivados por la necesaria evolución del razonamiento. También, la forma de presentación de ciertos conceptos del análisis matemático con una dosis alta en la visualización, le permite al alumno observar y captar el dinamismo que éste suele conllevar, así como su esencia misma, sin la necesidad de usar herramientas algorítmicas, ni realizar cálculos computacionales. Es prudente resaltar que todo lo que se persigue con la visualización es lograr que el alumno

alcance un nivel de razonamiento formal del concepto, sin la necesidad de apelar a la visualización, sino al lenguaje (simbólico) matemático riguroso y preciso que corresponde al concepto en cuestión.

3.4 Experiencia educativa

Se le presentan imágenes y ejemplos de aplicación que lo inviten a razonar en el concepto en cuestión. Estas observaciones lo ponen en predisposición de hacer el salto de razonamiento que le permita hacer clasificaciones y generalizar, es decir, avanzar hacia el nivel tres de razonamiento.

El carácter socrático significa también la pretensión de que la prueba tenga un sentido pedagógico, utilizando precisamente las respuestas como punto de partida para mostrar sus mismas carencias, cuando las haya. Se trata de ir llevando paulatinamente al entrevistado a un nivel superior, en el sentido de mostrarle una experiencia que le facilite ese progreso. Por tanto, en la medida de lo posible, el objetivo es que nadie termine la entrevista sin haber tenido una experiencia de aprendizaje; de ahí que la entrevista no es meramente exploratoria, lo que conecta también con uno de los objetivos de los estudios en este contexto, el diseñar una metodología docente innovadora para la introducción de conceptos matemáticos básicos. Este aspecto se enfatiza considerablemente, tanto en el diseño de la prueba como en su desarrollo; se puede detectar que el ritmo al que transcurre cada entrevista es bien distinto según el nivel que va manifestando el entrevistado, hasta el punto de que se podría considerar una posible relación entre ese nivel y el tiempo transcurrido en completar cada grupo de preguntas. También existe la posibilidad de una relación entre el nivel de razonamiento sobre el concepto y el nivel sobre conceptos similares, aunque no se ha profundizado hasta ahora en el tema, pero nos abre, en este punto un futuro campo de estudio.

3.5 Realización de la entrevista

Como cualquier entrevista de este tipo, se procuró iniciarla en un ambiente relajado. Eso es especialmente importante cuando se entrevista a estudiantes más jóvenes (de bachillerato), por tanto fue necesario dedicar el tiempo suficiente para crear ese clima, enfatizando, por ejemplo, que no se va a hacer un examen. Por esta misma cuestión, se explica que con las contestaciones de la prueba no se podía quedar ni bien, ni mal, sino que de lo que se trata es de saber lo que piensa el entrevistado sobre algunas cuestiones sencillas. Tras esto, y con la intención de motivarlo a realizar la entrevista con interés,

se le hace la observación sobre la intención de apreciar su razonamiento. Con las primeras preguntas de la prueba se le da confianza sobre la sencillez de la prueba, aunque a medida que va evolucionando la prueba, las preguntas solicitan un mayor nivel de atención y razonamiento; y por lo tanto, aparentan una mayor dificultad, lo cual provoca que sea necesario un aumento de concentración por parte del entrevistado. En todos los casos, se pide una cierta discreción sobre el contenido de la prueba para evitar, dentro de lo posible, que se entreviste a alguien que de alguna forma ya sepa algo de su contenido. Es prudente señalar, que sin ser algo decisivo, es conveniente la improvisación en el entrevistado. También de forma general se advierte a cada estudiante que la entrevista se grabará en cinta magnetofónica y se cronometrarán. Respecto del contenido específico, solo se les informa previamente que la prueba versa sobre un contenido específico, el cual parece no tener ninguna relación con las matemáticas. Se les informa que sus datos personales son confidenciales pero que sus respuestas se usarán para un trabajo de investigación. Para diferenciar la prueba de un examen, se toma solamente las letras iniciales del nombre del entrevistado, para asegurar una identificación del caso y que el proceso sea confidencial. Se intenta que todas las entrevistas se hagan en condiciones bastante semejantes, aunque cada entrevista produce un diálogo particular entre el entrevistado y el entrevistador.

3.6 Evaluación

Un dato que puede resultar significativo sobre el desarrollo de la entrevista es el cansancio que manifiestan la mayoría de los estudiantes al finalizarla. El detalle parece relevante, si se enmarca en el proceso de relajación al que antes nos hemos referido. Pero, se pone de manifiesto que uno se encuentra ante una prueba relacionada con el razonamiento, cuyo socratismo provoca el entorpecimiento y la obligación de evolución en el razonamiento y, de la reinterpretación y readaptación de los conceptos. Todo lo que se acaba de mencionar, le desencadena al alumno el cansancio mencionado. En ese mismo sentido, se puede señalar también que, a pesar de las advertencias iniciales, algunos estudiantes preguntan, al finalizar la prueba, sobre el resultado: están interesados en saber si lo han hecho bien. Por fuera de la entrevista, se les puede dar una explicación detallada de la motivación de cada pregunta, de la interpretación que se hace de sus respuestas, cómo se considera que va evolucionando el concepto y cómo se podría detectarlo, queda claro, que la prueba consigue captar su interés y no les deja en ningún caso indiferentes. La influencia del entrevistador en este tipo de pruebas es clara, a pesar de la existencia del guión.

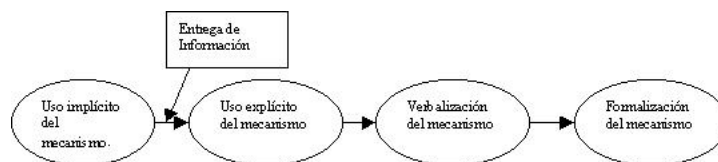
3.7 Observación

La experiencia ha señalado la relativa facilidad que puede darse en confundir socratismo con dirigismo; de modo que es necesario tener buen cuidado en no influir en las respuestas (sobre todo cuando éstas se manifiestan incorrectas) atendiendo hasta detalles aparentemente menores (como gestos, etc.). La actitud general debe ser siempre tranquilizadora, coherente con lo expuesto al principio, dando predominio al diálogo frente a la búsqueda de resultados. Aunque, en algunos casos, hay que redirigir las preguntas para evitar errores absurdos que no tienen que ver con el razonamiento estudiado, pero que impiden el mismo.

4 Una propuesta de preguntas de carácter socrático a la luz del modelo de van Hiele.

4.1 Proceso del mecanismo a lo largo de la prueba

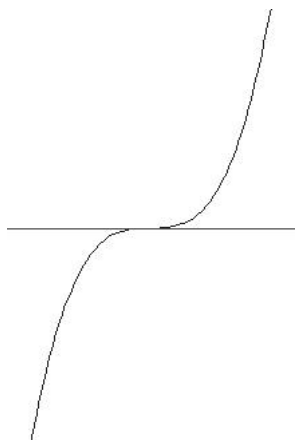
En el estudio de un concepto vía van Hiele, se distinguen dos fases: i) el establecimiento intuitivo de un mecanismo que al implementarlo le sirva al alumno para elaborar su razonamiento, ii) la formalización algebraica de ese mecanismo. La primera fase es la auténtica fase creativa en el proceso de aprehensión de un concepto matemático. En ella podemos distinguir, a su vez, los niveles de razonamiento y hacia ella se encaminan las propuestas metodológicas basadas en el razonamiento y en la visualización.



A lo largo de la prueba al alumno se le dota de un mecanismo que le permitirá razonar acerca del concepto objeto de estudio. Inicialmente él lo usará en forma implícita, pero a medida que avanza en su razonamiento, él debe advertir y manifestar la manera de emplearlo, como también las limitaciones que vaya encontrando en el empleo de este mecanismo. Por supuesto que el alumno lo logra siempre y cuando haya podido comprender y razonar la secuencia de ideas lógicas que se le presentan en el guión entrevista. Observemos algunas preguntas que se encuentran en los guiones de entrevista de cada uno de los distintos estudios desarrollados que hemos mencionado.

Llorens muestra cómo un alumno puede acceder al concepto de recta tangente a una curva mediante el mecanismo del zoom que se encuentra en el asistente matemático DERIVE. En su guión podemos apreciar distintas preguntas, entre las cuales podemos observar la siguiente:

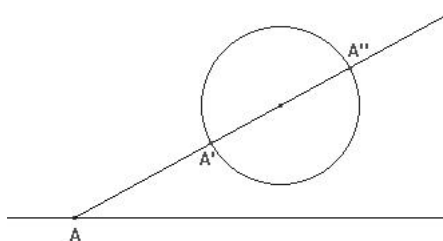
13. La recta de la figura corta a la curva en un solo punto ¿Crees que esa recta es tangente a la curva (en ese mismo punto)?



Es una pregunta clave porque el alumno a esta altura de la prueba debe haber roto con el concepto imagen (si lo tenía) que tiene de que la recta tangente a una curva sólo la toca, y no la puede cortar. Algunos alumnos persisten en que una recta no puede ser tangente y secante a la vez. Este tipo de preguntas le suscitan incomodidad, le producen una disonancia cognitiva con el propósito de que adquiriera un nuevo concepto-imagen de tangente a una curva, le permiten cerciorarse que la tangente depende de la propia curva, hacen que el alumno fije el proceso del mecanismo para confrontar su respuesta. Además, el alumno debe explicitar su respuesta, y en ella, se puede determinar si presenta un progreso en su razonamiento. Un alumno que presente en su razonamiento la idea de oposición secante-tangente y persista en ella, no podrá progresar hacia un nivel de formalización del concepto de recta tangente.

Detallemos una pregunta del guión de entrevista de de la Torre:

24. Consideremos una recta horizontal indefinida y una circunferencia. Si unimos el punto A de la recta indefinida con el centro de la circunferencia mediante un trazo rectilíneo, quedan determinados dos puntos en la circunferencia (los puntos A', A").

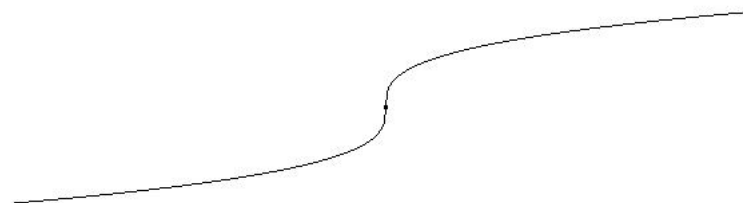


¿Te parece que empleando este tipo de trazos rectilíneos que pasan por el centro se hace corresponder a cada punto de la recta indefinida dos puntos de la circunferencia?

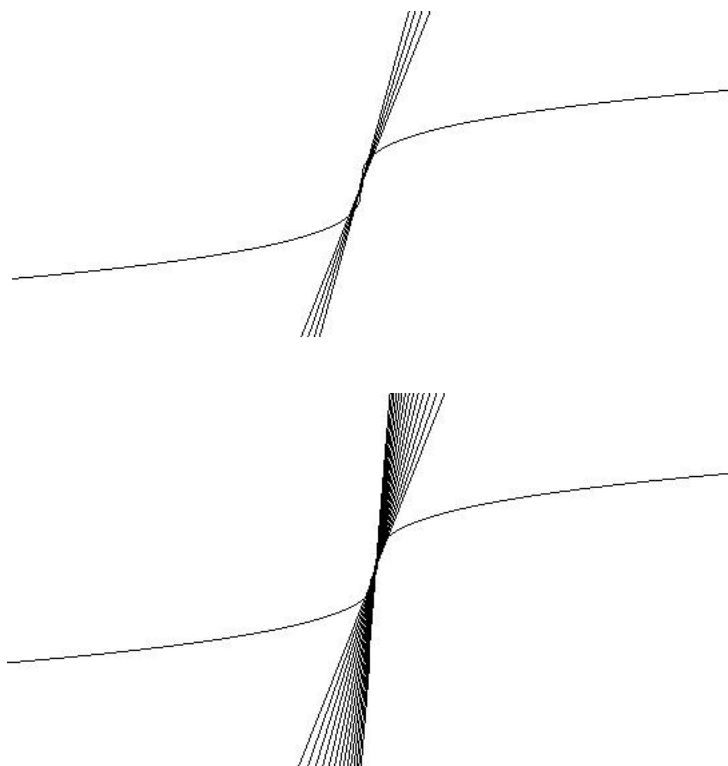
La situación planteada por la pregunta 21, seguida de la necesidad de definir cuándo dos figuras geométricas están constituidas por la misma cantidad de puntos, crea una situación bastante incómoda al alumno y pretende que él cambie de opinión (si el caso corresponde) frente a otras ideas que venía inicialmente manejando y así pueda pasar a desarrollar un razonamiento más refinado, necesario para alcanzar a dar respuesta a otras preguntas posteriores caracterizadas por un mayor significado matemático y que exigen de una mayor reflexión. Esta pregunta compromete al alumno a dar respuesta a la situación planteada. Tanto las respuestas como el lenguaje empleado por el alumno van a permitir detectar si verdaderamente él ha progresado en su razonamiento.

En el guión de entrevista de Esteban, el mecanismo utilizado es el haz de secantes. La intención es que el alumno acceda al concepto de recta tangente mediante el haz de secantes. El alumno debe percibir que entre dos puntos dados (uno fijo y uno móvil) de una curva existen infinitos puntos, y que dada una recta secante, ésta se puede desplazar a través de la curva tantas veces como sea necesario para observar que se estabiliza en una recta tangente a la curva en el punto fijo dado. Observemos una de las preguntas del guión:

14. Para la siguiente curva, ¿cómo será la tangente en el punto señalado?.

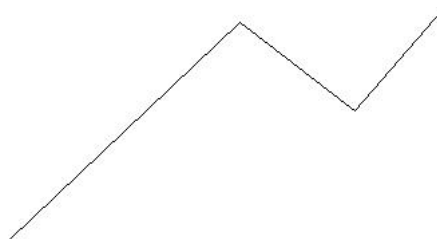


Esta última gráfica presenta dos patologías, pues la tangente corta a la curva y además es vertical. Es posible que algunos estudiantes, que hayan tomado cursos de análisis matemático, estén utilizando sus conocimientos acerca de la derivada a una curva en un punto para manifestar si una curva tiene tangente o no, pero en este caso es poco probable que así lo estén haciendo, pues para la derivada no tienen una imagen visual, salvo para las funciones que presentan picos. De todas formas, si este es el caso, debería terminar admitiendo que la curva tiene tangente en el punto señalado y que ésta es vertical. Para salir de dudas, en cada caso se les pide que den una explicación a sus respuestas.

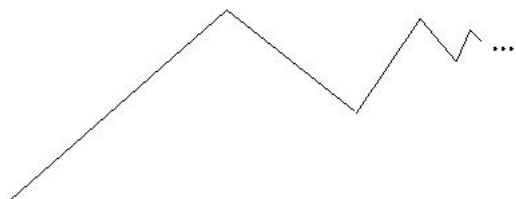


En el guión de Jaramillo, la idea que se persigue es explotar la noción de convergencia a través de la longitud de zig-zags. Se emplea el hecho de que a partir de un segmento es posible dividirlo indefinidamente en trozos disjuntos, y por lo tanto construir un zig-zag indefinido, cuya longitud es el segmento inicialmente dado. Observemos una de las preguntas:

13. Dado el siguiente zig-zag finito,



toma el tercer segmento y divídelo en dos trozos; el segmento de la derecha lo vuelves a dividir en dos trozos; si continúas con este proceso de división indefinida, ¿crees que podrías obtener un zig-zag indefinido como el siguiente, y al estirarlos, ambos podrían tener la misma longitud?



Pregunta que confirma que un alumno del nivel tres puede ver (visualización dinámica del concepto) la longitud de un zig-zag finito como la aproximación de la sucesión de sumas parciales de longitudes de trozos de un zig-zag indefinido. Aquí, el alumno capta en forma explícita el aspecto de la estabilización (límite) de la suma indefinida de las longitudes de los trozos del zig-zag. Se pretende que el alumno perciba el aspecto dinámico del concepto.

4.2 Algunas sugerencias sobre las preguntas

La elección del tipo de preguntas es la parte esencial de estas investigaciones por lo que a continuación se detallan algunos patrones de preguntas utilizadas y sus posibles interpretaciones.

- Las primeras preguntas aparentemente se muestran aisladas del objetivo fundamental, centran el ambiente de la prueba y confirman el planteamiento previo: la prueba es sencilla. Ejemplo: [4] en su primera pregunta “La siguiente ilustración representa una cuerda, ¿crees que es posible hallar su longitud?. ¿Cómo lo harías?” (Se presenta una cuerda doblada).

- Consideramos que una pregunta es clave, a la luz del socratismo de la prueba, cuando el alumno toma más tiempo para responder y muestra o exhibe con mayor claridad su nivel de razonamiento. Estudiamos la prueba no tanto en relación con su planteamiento, sino en relación con las respuestas que nos ayudan a identificar y detectar los niveles. Una pregunta clave sirve para marcar la separación entre los niveles de razonamiento del modelo de van Hiele. Ejemplo [4] “Crees que el siguiente zig-zag decreciente indefinido podría estar formado por todos los segmentos que resultan del proceso de división sucesiva anterior y su longitud es la misma que el segmento dado?”

- Se deben plantear preguntas que manejan información en forma explícita e implícita. El alumno debe inferir este tipo de información de acuerdo al nivel de razonamiento que vaya presentando.

- Preguntas que rompen con un esquema de oposición, o sea, el alumno debe cambiar de opinión (su posición es ya insostenible) frente a una idea que inicialmente se venía manejando para pasar a otra idea más refinada.

- Preguntas que crean situaciones incómodas que requieren mayor reflexión. Ponen el esquema mental del alumno en crisis y, por ende, aseguran que el alumno, si ha comprendido el proceso, lo explicita y así pueda avanzar. Estas preguntas suscitan mayor incomodidad. Las situaciones incómodas se resuelven o se aclaran con la pregunta inmediatamente siguiente (según se considere necesario).

- Preguntas que dentro del contexto del socratismo plantean un caso fácil con el propósito de que el alumno no pierda la motivación de continuar con la entrevista. Ejemplo [3]: “En la ilustración siguiente se muestra una curva y una recta que pasa por el punto A de la curva. ¿Crees que la recta es tangente a la curva en el punto A?”

(Esta pregunta además prepara para presentar una dificultad posterior)

- Preguntas que comprueban hechos fundamentales, es decir, se hace necesario “hacer otra pregunta” para avanzar en la detección del nivel de razonamiento del alumno o es considerada una confirmación para quienes están en el nivel III. Es necesario resaltar que una pregunta en particular no determina, no tiene significado decisivo en la detección del nivel de razonamiento del estudiante.

- Preguntas que sirven para fijar el proceso, fundamental en la construcción y razonamiento del concepto objeto de estudio.

- Preguntas con un mensaje subliminal (implícito), en donde se estimula al estudiante a que saque a relucir sus ideas, que exhiba su razonamiento, y sobre todo, a comprometerse con los juicios que manifiesta.

- Preguntas coherentes con las demás y que sus respuestas en el fondo conducen a lo mismo pero a otro nivel de pensamiento. De acuerdo al lenguaje

utilizado por el estudiante, éstas miden su grado de razonamiento; la calidad de la respuesta determina el grado de razonamiento del estudiante.

- Preguntas que contienen un dirigismo en su enunciado. El dirigismo consiste en dar dos opciones de respuesta, siendo la segunda la mejor. La segunda tiene una redacción más completa y precisa.

- Preguntas que se formulan de una forma no necesariamente comprometedora (Crees, Puedes, etc.) con el objetivo de obtener una confirmación sobre una afirmación categórica.

- Preguntas que resumen dos o tres anteriores.

- Preguntas base: éstas brindan la oportunidad de que el alumno se exprese en términos precisos y más rigurosos (para detectar si se encuentra en el nivel III).

- Preguntas que se formulan en un lenguaje característico del nivel II ó III. Si el estudiante no los ha alcanzado, sencillamente no entiende la pregunta y la adapta a su nivel de razonamiento. Ejemplo [1]: “27) ¿Es controlable esta curva en el punto señalado?” (si el alumno se mueve en un nivel menor de razonamiento solicitará unas rectas horizontales de apoyo)

- Preguntas que muestran la propia limitación del método utilizado en el proceso de razonamiento para adquirir una mayor precisión del concepto objeto de estudio.

- Preguntas que invitan a la reflexión sobre lo tratado hasta el momento y, por tanto, se formulan sin ninguna imagen. Ejemplo [3]: “13 a) ¿Crees que una recta que corta a una curva en un punto puede ser tangente a la curva en ese punto?”

4.3 Algunas sugerencias para la interpretación aproximada de las respuestas

- Respuesta tipo: el analizar la respuesta tipo y considerarla aisladamente no es suficiente para valorar los niveles, es necesario que sean coherentes con las respuestas dadas a otras preguntas.

- Cada respuesta aislada debe interpretarse en el contexto de las demás. Es **IMPORTANTE** la consideración del conjunto de las respuestas de cada una de las entrevistas, más que asignar un significado decisivo a alguna pregunta en particular, como si exclusivamente con una pregunta pudiésemos determinar el nivel. Debido al socratismo de la prueba, y su carácter progresivo, algunas preguntas y algunas respuestas pueden tener en **GENERAL** un significado mayor que otras. Puede ser importante la **RECTIFICACIÓN** que se haga de respuestas anteriores como consecuencia de la información **EXPLÍCITA E IMPLÍCITA** que se va proporcionando. Las respuestas pueden mostrar que

el estudiante se encuentra en un nivel intermedio, o sea que algunas de sus respuestas no correspondan exactamente con el comportamiento característico de su nivel, precisamente porque éste es un proceso de transición hacia un nivel superior.

- Las respuestas equivocadas permiten, con mayor claridad, detectar los niveles iniciales más que las respuestas afirmativas explícitas.

- Preguntas que pueden parecer de trámite, en cuanto a las respuestas finalmente recibidas, no lo son en cuanto al aspecto comentado, debido a que puede ser poco familiar para el estudiante.

- Respuestas que no se corrigen, precisamente para comprobar su evolución a lo largo de la prueba.

- Respuestas típicas: debido a razonamientos distintos. Así pues, en todos los casos existe una distinción explícita o implícita.

- Respuestas que dan una clara manifestación de un concepto-imagen primitivo y estático.

- Respuestas que dan la oportunidad de que se manifiesten esas imágenes conceptuales en las que exista oposición.

- Respuestas de negación y duda.

- Respuestas correlacionadas, es decir, secuencias de respuestas con respecto a preguntas anteriores.

- Respuestas que confirman la oposición, es decir, el alumno se opone a razonar de una forma distinta.

- Respuestas que confirman el adiestramiento que se deriva de la propia prueba.

- En función del lenguaje utilizado por el estudiante se detecta con claridad en qué nivel se encuentra. En los niveles I - II, el estudiante manifiesta respuestas que usan un lenguaje pobre, además, el alumno presenta reiteradas vacilaciones que contrastan con la aparente seguridad de encontrarse en un nivel III

- Respuestas que ponen de manifiesto la escasa conexión entre los argumentos formales y los visuales. Falta de coherencia en la elaboración de sus razonamientos.

- Es relevante no aceptar respuestas lacónicas, sino solicitar al estudiante la justificación de sus respuestas.

4.4 Observaciones del efecto de la prueba en el progreso de nivel

- Para un estudiante en el nivel I, la prueba resulta especialmente incómoda, provocadora de constantes situaciones de conflicto.

- La influencia de la prueba puede provocar el progreso en el nivel de razonamiento.
- Coexistencia de respuestas de niveles II y I.
- La pervivencia de algunos conceptos - imágenes impiden el acceso al pensamiento matemático avanzado.
- La incidencia mayor se hace en el concepto - imagen para suplir carencias (sí las hay), por esto, el concepto definición queda en un segundo plano precisamente por el carácter socrático y gradual de la prueba.

5 Sugerencias para el entrevistador en el contexto de una entrevista de carácter socrático.

Cada pregunta que se le hace al estudiante debe de hacerse en un tono de conversación cordial y amistosa (diálogo socrático). Se le invita a razonar generosamente sobre el concepto que va a tratar el guión.

Se le indica al alumno que responda en forma espontánea, siempre haciendo un pequeño esfuerzo en razonar acerca de lo que se le pregunta.

Se le permite al estudiante que tome algunos segundos o minutos para que responda a la pregunta e insistirle que razone su respuesta antes de expresarla.

No insistirle demasiado en la pregunta, ni presionar para que lo haga bien, pues la entrevista debe fluir, sin que el estudiante se de cuenta que se le está presionando para que use su razonamiento en forma lógica y correcta.

El profesor debe de estar seguro de conocer su guión entrevista, pues de las respuestas de los alumnos depende cómo mejorar el guión entrevista.

El entrevistador decide no insistir en terminar el guión, debido a que detecta que el alumno tiene un conocimiento mínimo de los objetos básicos de estudio, es decir, tiene poca o ninguna comprensión de la terminología empleada. Además, hay una falta de coherencia en las respuestas iniciales.

Asegurarse de que la prueba no será interrumpida por ningún motivo.

Estar muy atentos a las ideas que va manejando (elaboraciones mentales, fabricación de ideas, *insight*, paradigmas) el alumno en el momento de expresar sus respuestas.

Hay que estimular al alumno para que hable lo más que pueda referente al concepto que se le está preguntando.

El entrevistador decide no insistir en terminar el guión, debido a que detecta que el alumno no maneja bien los objetos básicos de estudio, o si no comprende las preguntas (Nivel I) que se supone, debería saber sus respuestas.

El profesor debe mantener una actitud de seguridad, no mostrar extrañezas, ni hacer ademanes en el sentido de aprobar o desaprobar las respuestas del alumno, con el fin de no influir en el normal y eficaz desarrollo de la entrevista.

En las preguntas claves es importante señalarle al estudiante las contradicciones en sus elaboraciones mentales, con el fin de detectar si el estudiante en verdad posee un alto nivel de razonamiento frente al concepto tratado, o simplemente responde sin esforzarse por comprender lo que se le pregunta. Todo lo anterior es para detectar si el estudiante evoluciona en su razonamiento. (Dado que es necesario que se comprometa con su razonamiento, y así poder comprobar los descriptores de separación).

Indicarle al alumno que cualquier respuesta que manifieste, siempre y cuando haya sido razonada, es correcta e importante para el estudio que se está haciendo del concepto tratado.

6 Conclusiones.

La entrevista socrática, en las investigaciones que se han llevado a cabo hasta el momento, ha sido el medio más adecuado para realizar el seguimiento de la construcción y evolución de un concepto matemático en la mente del alumno, como también se ha considerado una herramienta fundamental en estos estudios, debido a que ha permitido determinar los niveles de razonamiento a la luz del modelo de van Hiele y servir de base para la confección de un test que automatiza esta entrevista. Los resultados alcanzados en estos estudios indican la necesidad de llevar a cabo procesos que faciliten una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos.

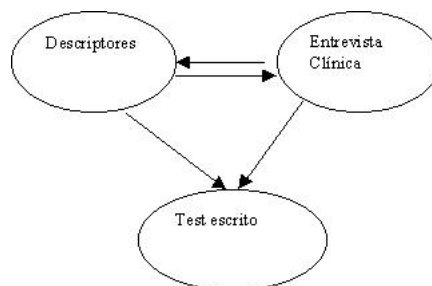
El modelo de van Hiele prueba la existencia de niveles en todo proceso de razonamiento, así que creemos que las pautas señaladas anteriormente son básicas para un investigador que pretenda aplicar el modelo a un concepto matemático con alto contenido visual (situaciones geométricas) y que desee emplear la entrevista socrática para examinar el razonamiento que los alumnos tienen en su mentes cuando se enfrentan al concepto.

La utilización de la entrevista socrática es el medio más adecuado para la observación de la evolución de razonamiento sobre el concepto y la determinación de sus descriptores, pero su diseño lleva consigo grandes dificultades. El diseño es la parte más delicada de la investigación, por la importancia del proceso de consecución de preguntas, los ejemplos elegidos, así como el lenguaje utilizado. Un mal diseño del guión de la entrevista socrática imposibilitaría la consecución de los objetivos que inicialmente se persiguen.

Las preguntas nos permiten confirmar los descriptores iniciales, corregir o

añadir otros. En el proceso de mejorar la entrevista clínica los descriptores juegan un papel importante. Mejorados tanto los descriptores como la entrevista clínica, desembocamos entonces en el test escrito. A continuación se muestra un esquema que nos permite visualizar lo que se ha dicho.

También, las preguntas tienen el efecto de mostrar imágenes conceptuales que no se relacionan con los conceptos formales supuestamente adquiridos en los niveles educativos de secundaria, por lo tanto lo que se persigue es que el alumno profundice en el concepto para una mejor reinterpretación y comprensión de éste.



Referencias

- [1] Campillo, P., Pérez Carreras, P., *La Noción de Continuidad desde la Óptica de los Niveles de van Hiele*, *Divulgaciones Matemáticas*, **6**(1) (1998), 69–80.
- [2] De la Torre, A., *La Modelización del Espacio y del Tiempo: su Estudio Vía el Modelo de van Hiele*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, 2000.
- [3] Esteban, P., *Estudio Comparativo del Concepto de Aproximación Local a Través del Modelo de van Hiele*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, 2000.
- [4] Jaramillo, C. M., *La Noción de Serie Convergente desde la Óptica de los Niveles de van Hiele*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, 2000.
- [5] Llorens, J. L., Pérez Carreras, P. *An Extension of van Hiele's Model to the Study of Local Approximation*, *Int. J. Math. Edu. Sci. Technol.* **28**(5) (1997), 713–726.

- [6] Platón, *Diálogos* (traducción de J. Calonge y otros), Ed. Gredos, Madrid, 1992.
- [7] Selden, A., Selden, J. *Collegiate Mathematics Education Research: What would be like?*, The college Mathematics Journal, **24**(5) (1993), 431–445.